

郑州二七罢工纪念塔现场振动实测与模型修正^{*}

刘 佩¹ 马伯涛² 于皓洋³ 杨维国¹ 张 玲² 张 超³

(1. 北京交通大学土木建筑工程学院, 北京, 100044; 2. 中国航空规划设计研究总院有限公司, 北京, 100120; 3. 郑州二七纪念馆, 河南郑州, 450000)

摘要 为确定全国重点文物保护单位——郑州二七罢工纪念塔当前状态的动力特性, 对其进行了四种方案的环境振动测试, 定量考虑测试误差和模型误差的不确定性, 引入快速贝叶斯模态参数识别方法, 得到了该砌体结构的前5阶自振频率、阻尼比和振型的最有可能值及后验变异系数, 并对比了多次与单次测试识别结果的经典统计概率和贝叶斯概率。其次, 建立了该结构的初始有限元模型, 引入贝叶斯模型修正方法, 基于识别结果得到了9个子结构弹性模量的最有可能值和后验变异系数, 修正后模型的自振频率和振型与识别结果吻合良好。此外, 为评估交通振动的影响及参观时的人体舒适度, 分别对结构的速度和加速度响应进行了24h和11h的监测, 结果表明速度峰值和振动计权加速度级均处于规范容许范围。

关键词 动力特性 环境振动测试 贝叶斯方法 模型修正 交通振动

引 言

对结构进行现场振动测试, 得到一系列结构工作状态时的测试数据, 是评估结构当前状态、预测后续响应及探测可能出现的损伤的有效手段。每一个不可移动文物都是一个独特的作品, 在其环境和结构等方面都有其个性, 通过现场振动测试可以得到其真实的动力特性, 为其后续地震反应分析及安全检测工作提供依据, 如前期开展了意大利某古建砌体结构Palazzo Bosco Lucarelli^[1]、纯木古建筑飞云楼^[2]、应县木塔^[3]、某藏式古木建筑^[4]、殿阁木构架独乐寺观音阁^[5]、古建木结构西安城北门箭楼^[6]等的动力检测工作。

进行结构计算分析时, 所选定的结构模型并不是真实的结构, 总是存在结构模型误差, 并且结构模型参数是没有真实值的。另外, 测试过程中存在测试设备固有的系统误差、测试条件带来的误差以及人为测试误差等。上述不确定性导致结构系统识别问题成为不确定性问题, 如已知环境振动加速度响应数据时的结构模态参数识别及已知模态参数识别结果时的结构有限元模型参数识别(即模型修正), 因此对不确定性的误差量化十分重要。

^{*} 本文为国家重点研发计划项目(项目编号: 2023YFF0906000)成果之一。

贝叶斯概率将概率定义为对一个命题信任的程度，通常已知的客观数据所包含的信息是不完整的，根据贝叶斯定理，可以应用参数从工程经验中得到的信息（先验分布），结合给定参数情况下的客观数据（似然函数），最终得到给定数据情况下参数的更新信息（后验分布）。相比确定性的系统识别方法，基于贝叶斯理论的系统识别方法最显著的优点在于不仅能得到模型参数的最有可能值，还能得到表示其不确定性的协方差矩阵，对识别结果的精度进行定量评估。贝叶斯系统识别方法在实际结构模态参数识别中的应用包括密肋复合墙结构学生公寓^[7]、某人行天桥^[8]、法门寺^[9]、某体育馆^[10]等；在实际结构模型修正中的应用包括某工厂建筑^[11]、大跨楼板^[12]等。

作为全国重点文物保护单位，郑州二七罢工纪念塔的保护工作十分重要。为准确进行该文物建筑的后续安全评价，对其保护工作提供基准数据，需要得到其实际的动力特性，因此本文通过对该文物建筑进行环境振动测试，考虑误差不确定性，利用快速贝叶斯模态参数识别方法对其动力特性进行识别；为建立该文物建筑符合实际情况的有限元模型，利用贝叶斯模型修正方法对依据设计图纸所建有限元模型进行修正。另外，该文物建筑处于城市交通要道的汇聚中心点，且其塔基与地铁站基坑距离极近，因此本文通过对该文物建筑进行交通振动下的监测，对其响应进行评估。



图1 郑州二七罢工纪念塔

1 郑州二七罢工纪念塔简介

郑州二七罢工纪念塔建于1971年，为一座仿古连体双塔（图1），地上一层为月台层，二至十层为展厅层，十一层为观景层，十二层为钟楼层，十三层为水箱层。该塔为砌体结构，设钢筋混凝土构造柱和圈梁，塔身采用混凝土砌块，构件的详细信息见表1。塔身平面为东西相连的两个六边形，钟楼层和水箱层为分开的两个五边形，结构平面布置如图2所示。

表1 结构构件信息表

层数	层高/m	外墙厚 t /mm	楼板厚/mm	构造柱 b_1/b_2 /mm	圈梁高/mm
1	4.5	510	200	365/565	1100
2	4.5	450	200	365/565	1100
3	4.0	420	180/120	165/365	1100
4	3.9	390	180/120	165/365	1000
5	3.8	360	180/120	165/365	1000
6	3.7	330	180/120	165/365	1000
7	3.6	300	180/120	165/365	1000
8	3.5	270	180/120	165/365	1000
9	3.5	200	180/120	165/365	900
10	3.5	200	180/120	165/365	900
11	2.7	0	200/600	直径370	300
12	3.1	70	150	直径370	300
13	4.0	150	150	直径370	300

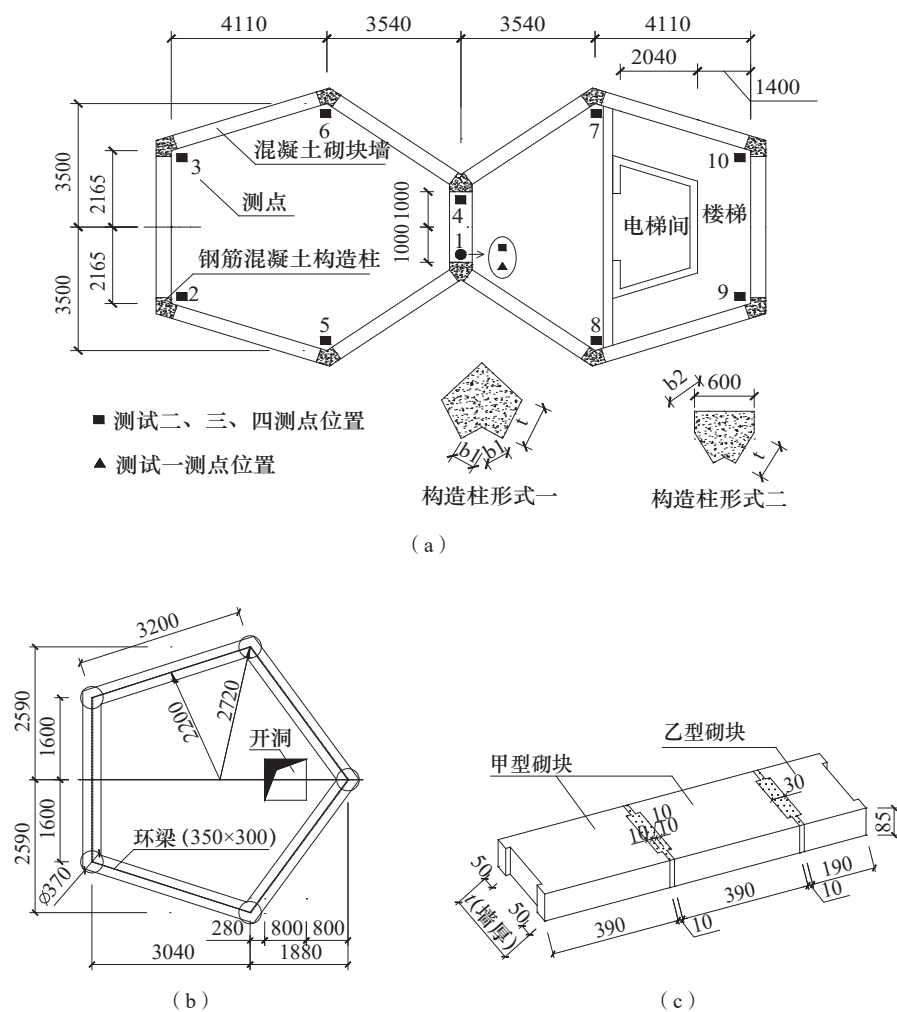


图2 结构平面布置图

(a) 展厅层；(b) 钟楼层和水箱层（东侧）；(c) 墙体混凝土砌块构造

2 环境振动测试和模态参数识别

2.1 测试方案

为得到该结构实际的动力特性，对其进行了环境振动测试（即地脉动测试），各测点均沿结构两个主轴方向布置传感器，测量其水平向加速度响应：

- 1) 测试一：测点布置在11层、8层、5层、1层和-1层的角点1处。
- 2) 测试二：在11层楼面布置三组测点：第一组测点1、2、3、4，第二组测点2、5、6、7，第三组测点2、8、9、10，其中测点2为参考点。
- 3) 测试三和四在8层和5层楼面分别进行，由于楼梯位置限制，测点仅布置在1~8点，各测点位置如图2（a）所示。

各组测试时长均为20min, 采样频率均为256Hz。为减少人员活动等对测试的干扰, 测试在凌晨0点至4点进行。利用北京东方振动和噪声技术研究所出厂的INV3018CT采集仪和中国地震局工程力学研究所出厂的941B型超低频拾振器(可测试速度和加速度)进行数据采集。

2.2 快速贝叶斯模态参数识别方法

由于环境振动测试输入激励未知, 测试误差和模型误差的影响较激振测试更显著, 因此本文基于实测加速度响应数据, 利用贝叶斯模态参数识别方法定量考虑测试误差和模型误差的不确定性。

对于受白噪声激励的线弹性结构, 其加速度反应快速傅里叶变换的实部和虚部组成的矢量服从多维高斯分布^[13], 进而根据贝叶斯定理, 推导可得已知结构加速度响应时结构模态参数的后验概率密度函数, 当其取最大值时, 可得模态参数的最有可能值及其量化的不确定性。

快速贝叶斯模态参数识别方法^[13]根据后验概率密度函数的特点, 将频率分段, 利用单一频段的结构反应快速傅里叶变换数据识别模态参数的最有可能值, 并将振型的识别与其他模态参数的识别分开进行, 极大地提高了计算效率。另外, 各模态参数的变异系数均可由显式表达式计算得到。

2.3 识别结果

2.3.1 识别所得自振频率和阻尼比

由各测点加速度响应数据所得测试一和测试二第一组的功率谱密度曲线如图3所示, 可以看出存在明显的对应结构模态的峰值频率。识别所得结构前五阶自振频率和阻尼比的最有可能值及变异系数见表2。由表2可以看出: ①各次测试所得同阶自振频率的最有可能值非常相近, 自振频率的变异系数较小, 均远小于1%; ②识别所得各阶阻尼比的最有可能值在0.4%~1.7%范围内, 其变异系数在7%~19%范围内, 大于自振频率的变异系数, 表明其识别精度较自振频率低; ③测试一未识别得到第三阶模态, 其原因为测试一沿结构高度方向布置的测点接近各层扭转中心, 导致其在该阶模态处的响应很小。

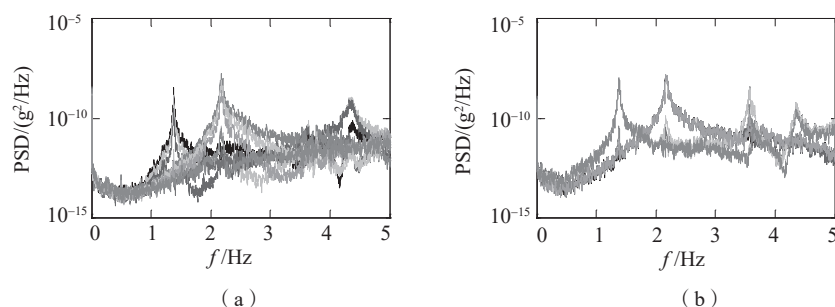


图3 各测点功率谱密度曲线

(a) 测试一; (b) 测试二第一组

表2 自振频率（Hz）和阻尼比（%）的最有可能值及变异系数

模态	测试一		测试二		测试三		测试四	
	自振频率	阻尼比	自振频率	阻尼比	自振频率	阻尼比	自振频率	阻尼比
1	1.38 (0.07)	0.47 (15.08)	1.38 (0.07)	0.43 (16.76)	1.39 (0.08)	0.54 (15.12)	1.39 (0.07)	0.43 (16.45)
2	2.19 (0.08)	0.87 (9.76)	2.18 (0.08)	0.78 (11.70)	2.19 (0.08)	0.79 (11.64)	2.18 (0.07)	0.66 (12.25)
3	—	—	3.58 (0.05)	0.53 (11.69)	3.63 (0.06)	0.55 (11.67)	3.63 (0.12)	1.10 (13.02)
4	4.35 (0.08)	1.25 (7.82)	4.37 (0.08)	1.00 (11.79)	4.38 (0.09)	1.11 (12.06)	4.36 (0.08)	1.09 (11.86)
5	5.45 (0.16)	1.70 (18.93)	5.43 (0.07)	0.87 (12.25)	5.44 (0.06)	0.77 (11.66)	5.42 (0.07)	0.81 (11.91)

注：括号内数值为变异系数。

2.3.2 识别所得振型

测试一和测试二识别所得最有可能振型如图4所示，可以看出沿结构高度方向的测点与结构平面测点识别所得振型形式一致：结构第一阶振型为短轴向一阶平动，第二阶振型为长轴向一阶平动，第三阶振型为一阶扭转，第四阶振型为短轴向二阶平动，第五阶振型为长轴向二阶平动耦合扭转；由于钟楼层和水箱层没有布置测点，故二阶平动振型的拐点未能显示。

识别所得各阶振型的变异系数见表3，据其计算得到的不确定性振型与最有可能振型间的模态保证准则（MAC）的期望值^[13]均接近于1，表明在已知测试数据的情况下振型的识别精度很高，也说明振型的识别精度更易受到测试的人为因素影响，比如各测点传感器方向是否完全与结构主轴方向对齐等。

表3 振型的变异系数（单位：%）

模态	1	2	3	4	5
测试一	0.27	0.14	—	0.69	1.18
测试二	0.15	0.20	1.14	1.25	0.68

2.3.3 多次测试识别结果统计特性

为对比单次测试和多次测试的识别结果，对测试一的测点进行了11组环境振动测试，每组测试20min，各组数据的识别结果见表4。与表2对比可以看出：①对于自振频率来说，多次测试的均值与各次测试的最有可能值十分接近，多次测试的统计变异系数略大于各次测试的后验变异系数，量级均为0.1%左右；②对于阻尼比来说，多次测试的均值与各次测试的最有可能值较为接近，统计变异系数与后验变异系数均在7%~19%。

单次测试识别结果的贝叶斯概率和多次测试识别结果的经典概率并不冲突，而是相互补充。贝叶斯概率主要用于描述已知测试数据时模态参数的相对可能性，不体现测试环境的变化，而经典概率则是统计不同测试环境模态参数的变化。

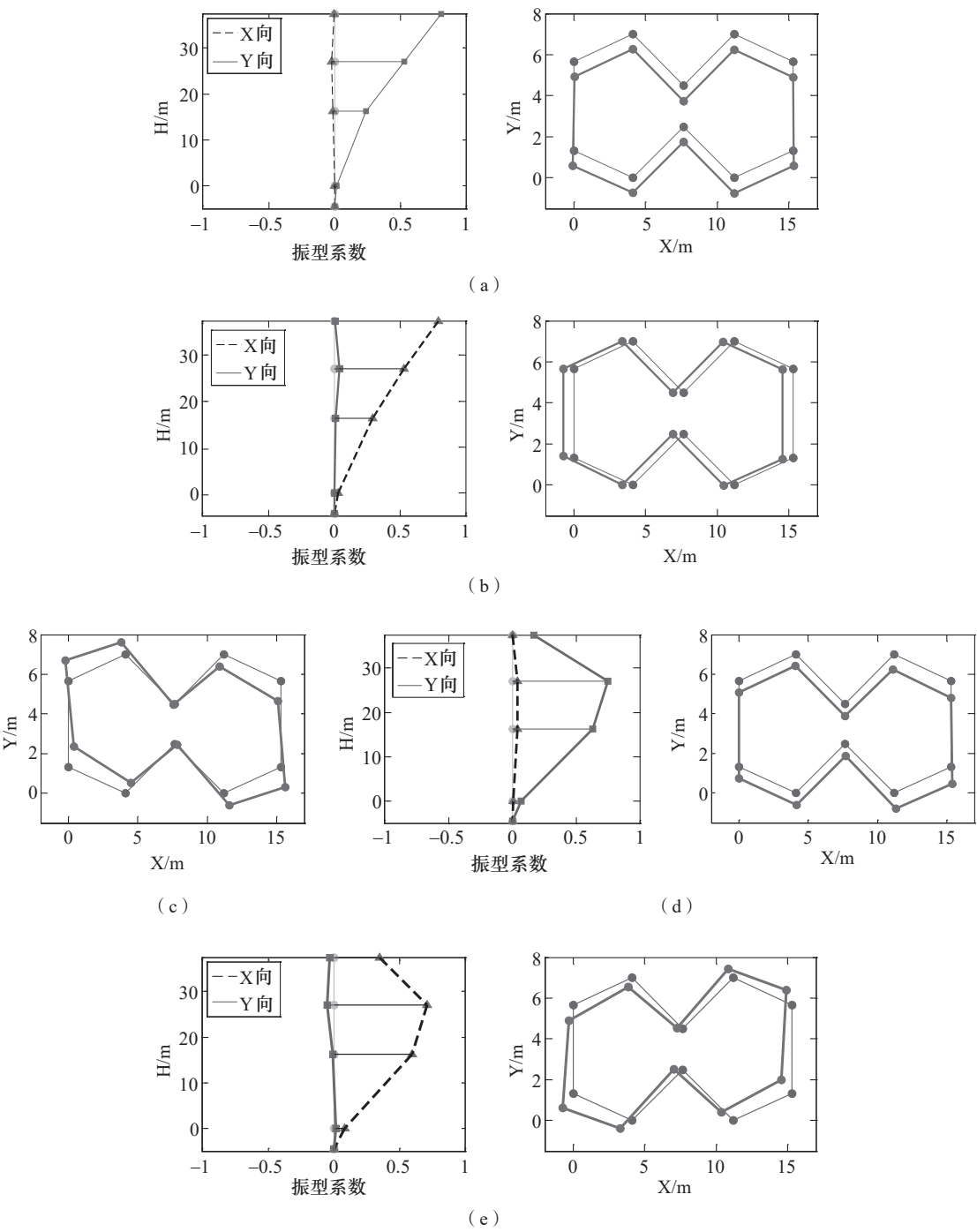


图4 测试一和测试二识别所得最有可能振型

(a) 一阶振型 (短轴向一阶平动) ; (b) 二阶振型 (长轴向一阶平动) ;
(c) 三阶振型 (一阶扭转) ; (d) 四阶振型 (短轴向二阶平动) ; (e) 五阶振型 (长轴向二阶平动耦合扭转)

表4 自振频率（Hz）和阻尼比（%）的最有可能值

测次	模态1	模态2	模态4	模态5
1	1.38（0.40）	2.18（0.77）	4.34（1.20）	5.39（0.93）
2	1.38（0.47）	2.18（0.73）	4.35（1.10）	5.40（1.31）
3	1.38（0.46）	2.17（0.77）	4.35（1.20）	5.39（1.04）
4	1.38（0.49）	2.17（0.70）	4.35（1.22）	5.38（1.02）
5	1.38（0.47）	2.17（0.82）	4.34（1.01）	5.39（1.22）
6	1.38（0.31）	2.17（0.97）	4.35（1.22）	5.39（0.96）
7	1.38（0.39）	2.17（0.69）	4.34（1.12）	5.39（0.95）
8	1.38（0.45）	2.17（0.77）	4.34（0.96）	5.37（0.79）
9	1.38（0.40）	2.16（0.46）	4.34（0.93）	5.36（0.93）
10	1.38（0.50）	2.16（0.68）	4.34（0.83）	5.37（0.93）
11	1.38（0.38）	2.17（0.89）	4.34（1.06）	5.37（0.70）
均值	1.38（0.43）	2.17（0.75）	4.34（1.08）	5.38（0.98）
变异系数/%	0.16（13.55）	0.26（17.28）	0.13（12.28）	0.27（17.62）

注：括号内数据为阻尼比计算结果。

3 有限元模型修正

3.1 初始有限元模型

该结构各层平面尺寸、层高、墙厚、楼板厚、构造柱和圈梁尺寸见表1和图2，一至十层外墙窗洞尺寸2000mm×1600mm。利用SAP2000建立其有限元模型进行模态分析：①外墙和电梯间墙的混凝土砌块由200号混凝土和100号混合砂浆砌筑而成，根据《砌体结构设计规范》（GB 50003—2011）按砌块强度等级MU20及砂浆强度等级Mb10的混凝土砌块取其弹性模量为8.415GPa，自重为11.8kN/m³；②构造柱、圈梁和过梁的混凝土均为200号，根据《混凝土结构设计规范》（GB 50010—2010）按C15混凝土取其弹性模量为22GPa，质量密度为2500kg/m³；③考虑钟楼层六面外墙上直径为2800mm的混凝土大钟的影响，该层其余四面外墙为70mm厚混凝土四角花格，将其简化为40mm厚混凝土墙；④水箱层墙体采用150mm厚混凝土；⑤楼梯简化为120mm厚混凝土斜板；⑥由于识别所得-1层振型系数很小，故不考虑土结相互作用；⑦墙体、楼板、楼梯斜板采用壳单元，构造柱、圈梁和过梁采用框架单元模拟。

有限元模型所得结构前四阶自振频率见表5，与表2中四次测试识别所得自振频率最有可能值的均值比较接近。有限元模型所得振型如图5所示，与识别所得最有可能振型间的MAC值见表5，各值均大于0.85，其中对应测试二前三阶振型的MAC值极为接近于1，表明振型相关程度非常高。

表5 有限元模型所得自振频率及振型MAC值

模态	1	2	3	4
模型自振频率/Hz	1.37	2.52	3.69	4.59
识别自振频率/Hz	1.39	2.19	3.61	4.37
MAC（测试一）	0.90	0.92	—	0.88
MAC（测试二）	1.00	1.00	0.98	0.86

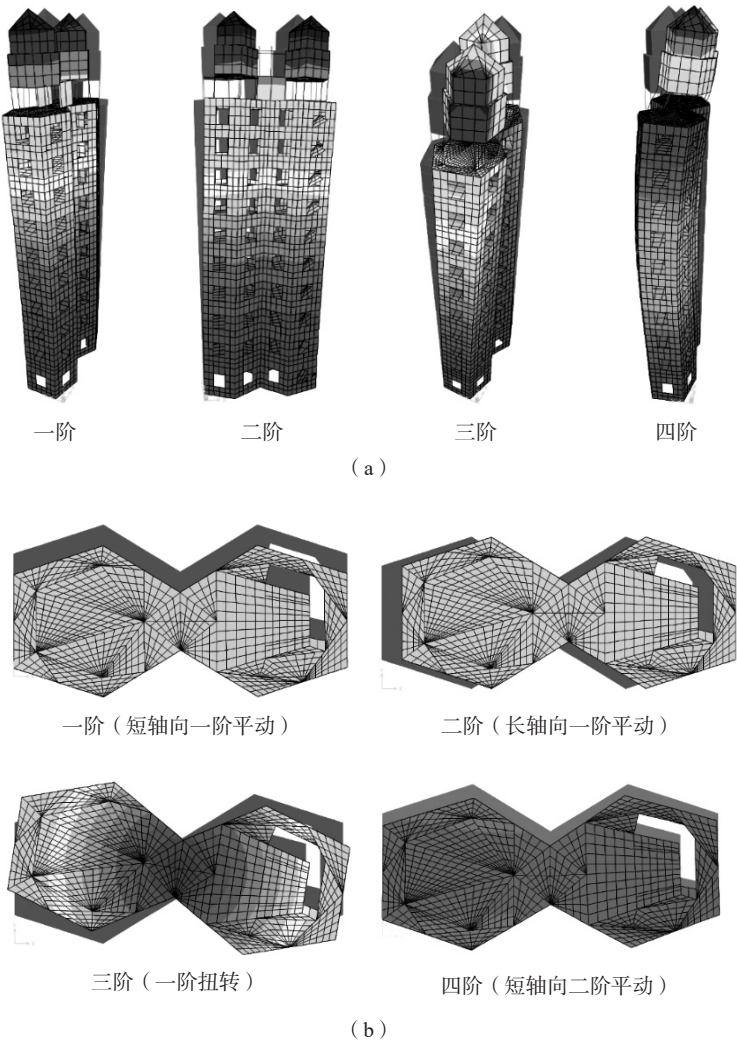


图5 有限元模型所得振型图 (位移等值线)
(a) 立体图; (b) XY平面 (第11层)

3.2 贝叶斯模型修正方法

由于结构建成后与设计阶段的差别，需对依据设计图纸建立的初始有限元模型进行修正，使其模态分析结果与识别值更为接近，提高模型精度。又由于有限元建模误差和测试识别结果存在较大的不确定性，可利用基于贝叶斯理论的模型修正方法来定量考虑上述不确定性。基于贝叶斯理论的模型修正方法的基本思想为：将识别所得结构模态参数作为已知数据，利用贝叶斯定理得到模型参数 θ 的后验概率密度函数，当其取最大值时，即得模型参数的最有可能值。

当数据量足够多时，模型参数的后验概率密度函数与其似然函数成正比，推导得到似然函数的表达式为^[14]：

$$\begin{aligned}
 p(D|\theta) &= \left(\prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^m 2\pi\sigma_{ij}^2 \right)^{-1/2} \times \left(\prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^m 2\pi\delta_{ij}^2 \right)^{-1/2} \\
 &\times \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \frac{(\hat{f}_{ij} - f_{ij}(\theta))^2}{\sigma_{ij}^2} \right) \\
 &\times \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \frac{2[1 - \text{MAC}(\hat{\Phi}_{ij}, \Phi_{ij}(\theta))]}{\delta_{ij}^2} \right)
 \end{aligned} \quad (1)$$

其中D为已知数据；j为测试次数；i为模态阶数； $\hat{f}_{ij}$ 和 $\hat{\Phi}_{ij}$ 为识别所得自振频率和振型向量的最有可能值； $f_{ij}(\theta)$ 和 $\Phi_{ij}(\theta)$ 为有限元模型参数计算所得自振频率和振型向量； σ_{ij}^2 和 δ_{ij}^2 为识别所得自振频率和振型向量的方差。因此，求模型参数的最有可能值即为求似然函数的最大值，也就是求负对数似然函数的最小值，等价于对式(2)进行数值优化：

$$J(\theta) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \left\{ w_{\hat{f}_{ij}} \left[\frac{\hat{f}_{ij} - f_{ij}(\theta)}{\hat{f}_{ij}} \right]^2 + 2w_{\hat{\Phi}_{ij}} [1 - \text{MAC}(\hat{\Phi}_{ij}, \Phi_{ij}(\theta))] \right\} \quad (2)$$

其中 $w_{\hat{f}_{ij}} = \frac{1}{\text{COV}_{\hat{f}_{ij}}}$ ， $w_{\hat{\Phi}_{ij}} = \frac{1}{\text{COV}_{\hat{\Phi}_{ij}}}$ ， $\text{COV}_{\hat{f}_{ij}}$ 和 $\text{COV}_{\hat{\Phi}_{ij}}$ 为识别所得自振频率和振型向量的后验变异系数。

模型参数的协方差矩阵为负对数似然函数在最有可能值处的Hessian矩阵的逆矩阵，可利用中心差分法进行计算，由协方差矩阵可得各模型参数的后验变异系数用来表征其定量的不确定性。

3.3 模型参数修正结果

将测试一识别所得前两阶和测试二识别所得前三阶自振频率和振型向量的最有可能值及变异系数作为已知数据。由于塔身各层外墙厚度不等，将其按层划分为子结构，九层和十层由于墙厚相同视为同一子结构，选取一到九层外墙的弹性模量 $E_1, \dots, E_9$ 作为修正参数。对3.1节的初始有限元模型进行修正，基于MATLAB与SAP2000的相互调用，优化算法采用单纯形法，收敛准则为单纯形最好点与最坏点的相对误差小于0.05%^[15]，前三个弹性模量和目标函数的迭代过程如图6所示。设定各待修正弹性模量具有物理意义的范围为6~11GPa，在此范围内变换不同初始值均收敛于相同值。

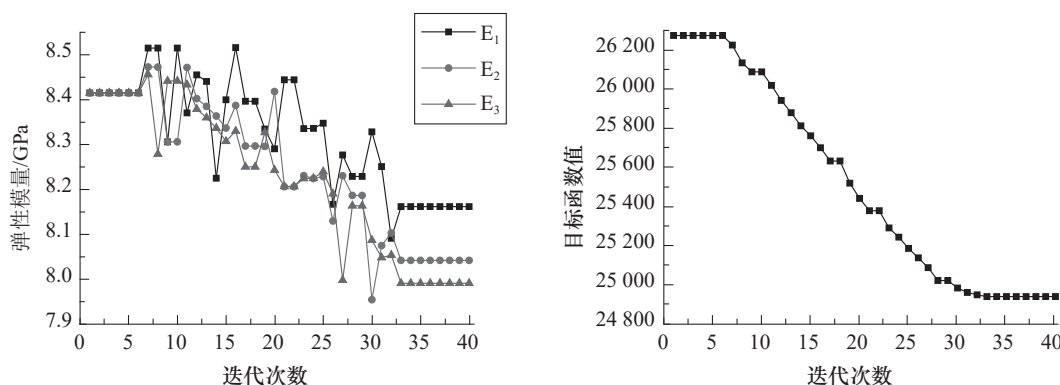


图6 模型修正迭代过程

模型参数的初始值及修正后的最有可能值及变异系数见表6，修正前后的自振频率见表7，模型振型与识别振型间的MAC值基本不变。由表6和表7可以看出：①各层弹性模量最有可能值相比设计值均有所降低，五层降低最多，八层降低最少；②九层砌块弹性模量变异系数最小，其余各层砌块弹性模量变异系数处于6.08%~7.04%，各弹性模量设计值均处于其最有可能值加减三倍的标准差范围内；③修正后第一阶自振频率与识别值间的误差略有增大，第二和第三阶自振频率与识别值间的误差均降低，识别所得前三阶自振频率均处于修正后最有可能频率加减三倍的标准差范围内。

表6 模型参数的初始值及修正结果

模型参数	初始值/GPa	最有可能值/GPa（变异系数）
E_1	8.415	8.162（6.53%）
E_2	8.415	8.042（7.04%）
E_3	8.415	7.991（6.15%）
E_4	8.415	8.053（6.08%）
E_5	8.415	7.846（6.35%）
E_6	8.415	8.194（6.27%）
E_7	8.415	8.039（6.16%）
E_8	8.415	8.340（6.46%）
E_9	8.415	8.218（3.93%）

表7 修正前后的自振频率（单位：Hz）

	识别值	初始值	修正值	最有可能值加减三倍标准差
f_1	1.38	1.37	1.34	[1.21, 1.43]
f_2	2.19	2.52	2.37	[2.08, 2.66]
f_3	3.58	3.69	3.54	[3.04, 3.89]

4 交通振动响应实测与分析

4.1 速度峰值

由于该结构周围交通情况复杂，交通振动易对文物建筑造成累积损伤，故需通过现场振动测试对其交通振动响应进行评估。对该结构11层、8层和-1层展厅中心处沿结构长轴向和短轴向的水平振动速度进行了24h连续监测，每小时测试20min，采样频率为256Hz。共测试得到24段时程，将各段时程20等分，取每分钟内的速度峰值，去掉前5个较大的速度峰值，取剩余速度峰值的平均值作为该段时程的速度峰值。所得各测点在各时段内（部分测点在一些时段内未进行测试）的速度峰值如图7所示。可以看出：①同一楼层各时段短轴向速度峰值大于长轴向速度峰值；②同方向同时段楼层越高，速度峰值越大；③速度峰值最大的两个时间段为早上7点和下午5点。

根据《建筑工程容许振动标准》（GB 50868—2013），对振动敏感、具有保护价值的建筑其顶层楼面处水平向两个主轴方向的容许振动速度峰值应小于2.5mm/s，基础处容许值应小于1.0mm/s。由图7可知11层测点在各时段内的速度峰值最大为1.36mm/s；-1层测点在各时段内的速度峰值最大为0.42mm/s，均小于相应容许值。

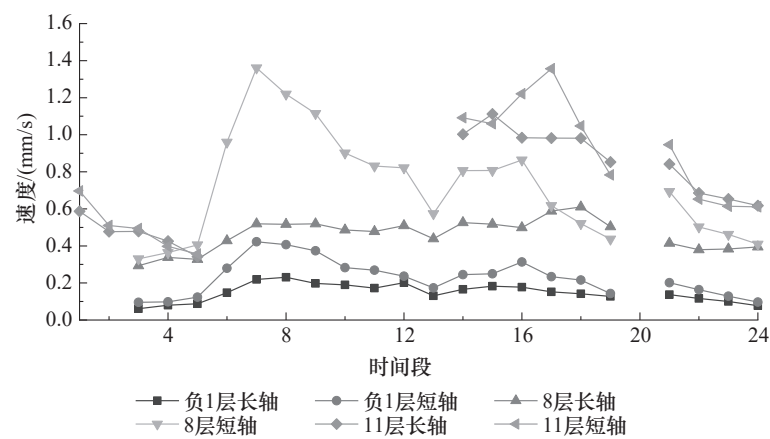


图7 各测点24个时段内的速度峰值

4.2 振动计权加速度级

考虑到该文物建筑应给参观者提供一个良好的参观环境，故需对该结构的人体舒适度进行评价。根据《建筑工程容许振动标准》（GB 50868-2013），对振动要求严格的建筑内人体舒适性的水平向容许振动计权加速度级为71dB。振动计权加速度级的计算公式为

$$VL=10\lg \sum 10^{(VAL_i+b_i)/10} \tag{3}$$

其中 $VAL_i=20\lg (a_i/a_0)$ 为第*i*中心频率处的振动加速度级， a_i 为第*i*中心频率处的均方根加速度， a_0 为参考加速度且值为 10^{-6}m/s^2 ； b_i 为第*i*中心频率处的计权因子。

对该结构11层中心处长轴向和短轴向加速度从1点至11点进行了连续监测，每小时测试20min，采样频率为256Hz。共测试得到11段时程，计算各时段的振动计权加速度级如图8所示，可以看出各值最大为52dB，小于容许值。

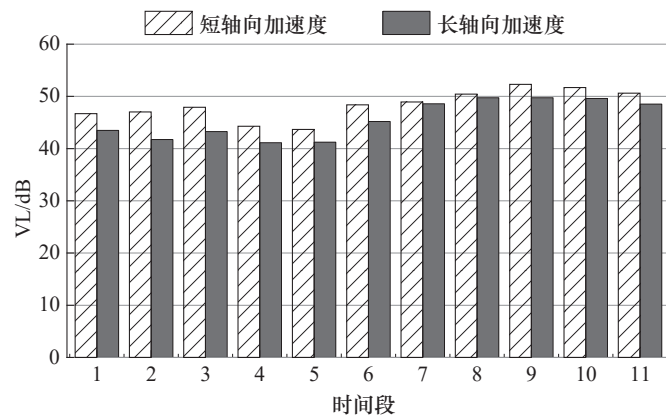


图8 各时段振动计权加速度级

结 语

1) 测试了郑州二七罢工纪念塔不同层楼面角点环境激励下的水平加速度响应，利用快速贝叶

斯方法识别得到了其前五阶自振频率、阻尼比和振型的最有可能值及变异系数,前五阶振型分别为短轴向一阶平动、长轴向一阶平动、一阶扭转、短轴向二阶平动、长轴向二阶平动耦合扭转振型,各阶自振频率的变异系数远小于同阶阻尼比的变异系数。

2) 对比了沿结构高度方向测点的11次测试识别结果的统计概率与单次测试识别结果的贝叶斯概率,自振频率和阻尼比的统计变异系数和后验变异系数为同一量级,但物理含义不同。

3) 根据设计图纸建立了该结构的初始有限元模型,利用贝叶斯模型修正方法,基于识别所得自振频率和振型,得到了九个子结构弹性模量的最有可能值及变异系数,修正后的自振频率和振型与识别结果吻合较好。

4) 测试了该文物建筑全天的交通振动速度响应及11h的加速度响应,得到的各时段最大速度峰值和最大振动计权加速度级均未超过《建筑工程容许振动标准》(GB 50868—2013)规定的限值。

本文测试分析结果标定了该文物建筑的当前状态,为其后续地震反应分析和文物保护工作提供依据,并为不可移动文物结构的动力检测提供参考。

参 考 文 献

- [1] Ceroni F, Sica S, Rosaria Pecce M, et al. Evaluation of the natural vibration frequencies of a historical masonry building accounting for SSI [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 64: 95-101.
- [2] 高延安, 杨庆山, 王娟, 等. 环境激励下古建筑飞云楼动力性能分析 [J]. 振动与冲击, 2015, 34 (22): 144-148, 182.
- [3] Chen B, Yang Q S, Wang K, et al. Full-scale measurements of wind effects and modal parameter identification of Yingxian wooden tower [J]. Wind and Structures, 2013, 17 (6): 609-627.
- [4] 张岩, 杨娜. 环境激励下古建筑木结构模态参数识别与分析 [J]. 武汉理工大学学报, 2010, 32 (9): 291-295.
- [5] 魏剑伟, 李铁英, 李世温. 独乐寺观音阁动力特性实测分析 [J]. 太原理工大学学报, 2002, 33 (4): 430-432.
- [6] 方东平, 俞茂宏, 宫本裕, 等. 木结构古建筑结构特性的实验研究 [J]. 工程力学, 2000, 17 (2): 75-83.
- [7] Liu P, Zhang F L, Lian P Y. Dynamic characteristics analysis of two adjacent multi-grid composite wall structures with a seismic joint by a Bayesian approach [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2016, 20 (8): 1295-1321.
- [8] Ni Y C, Zhang F L. Bayesian operational modal analysis of a Pedestrian bridge using a field test with multiple setups [J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2016, 16 (8): 1550052.
- [9] Ni Y C, Lu X L, Lu W S. Field dynamic test and Bayesian modal identification of a special structure-the Palms Together Dagoba [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2016, 23 (5): 838-856.
- [10] Liu P, Zhu H X, Moaveni B, et al. Vibration monitoring of two long-span floors equipped with tuned mass dampers [J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2019, 19 (9): 1950101.
- [11] Lam H F, Hu J, Yang J H. Bayesian operational modal analysis and Markov chain Monte Carlo-based model updating of a factory building [J]. Engineering Structures, 2017, 132: 314-336.
- [12] Lam H F, Yang J H, Au S K. Bayesian model updating of a coupled-slab system using field test data utilizing an enhanced Markov chain Monte Carlo simulation algorithm [J]. Engineering Structures, 2015, 102: 144-155.
- [13] Au S K. Fast Bayesian FFT method for ambient modal identification with separated modes [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2011, 137 (3): 214-226.
- [14] Lam H F, Peng H Y, Au S K. Development of a practical algorithm for Bayesian model updating of a coupled slab system utilizing field test data [J]. Engineering Structures, 2014, 79: 182-194.
- [15] 连鹏宇. 基于环境振动的设缝相邻结构模态参数识别及有限元模型修正 [D]. 北京: 北京交通大学, 2017.