

曾侯乙墓墓坑木椁脱水定型时限的估算

周松峦 陈中行 程昌炳

摘要：本文计算了曾侯乙墓墓坑木椁由饱水状态逐步失水至稳定的时间。

关键词：木材 失水 时间

一、曾侯乙墓墓坑木椁的基本情况

曾侯乙墓墓坑木椁由椁木堆叠而成，分为底板椁木和墙板椁木。它们分为四个椁室，即东、中、西、北室。它们置于红砂岩中，基坑周边有木炭充填（图1）。

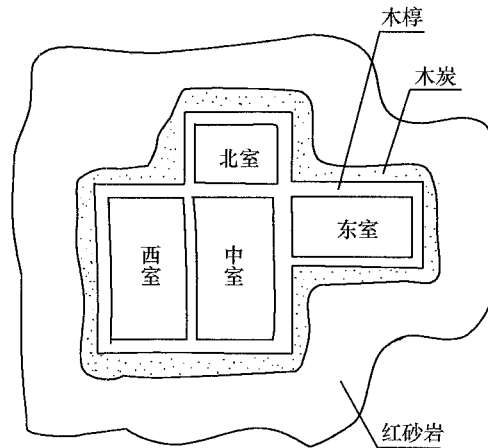


图1 木椁和周边环境示意图

木椁原一直泡于水中，持饱水状态。现已将泡水排干，而且进行了隔水、排水工程，再不会有地面水、地下水供给木椁，因此椁木中的水分会逐步向空气中扩散，损失，直至固相椁木中水组分的化学势 $\mu_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{固}}$ 与气相空气中的水组分的化学势 $\mu_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{气}}$ 相等时，木椁中的水分的传质过程终止^[1,2]。这个过程的时间长短与木椁的结构、性状和环境有关。

如果将红砂岩看作隔水层，它既不释放出水给木椁，也不吸收木椁中的水分。木炭层原也是饱水的，而且它排水的速度会很快，也忽略它对木椁失水过程的影响，那么木椁中的水分只会向其临空面的大气中排放。到底需要多长时间木椁才算失水稳定呢？本文仅就此作如下探讨。

二、木材中水分扩散传质过程的数学模型^[3]

如图 2, 有一薄板, $ABCD A' B' C' D'$, 它是一小片椴木, 水分沿 X 轴方向扩散, X 轴垂直于平面 $ABCD$ 和 $A' B' C' D'$, 此二平面面积均为 A , 且薄板的厚度为 dx 。

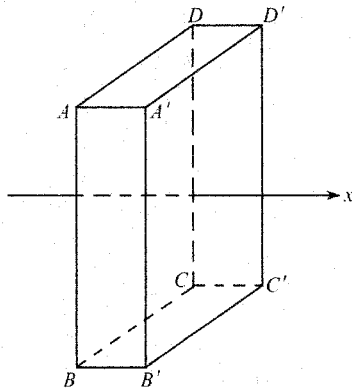


图 2 薄板中水扩散示意图

按 Fick 第一定律, 水分扩散, 在单位时间内通过平面 $ABCD$ 的量为:

$$A(J)_x = -AD\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right) \quad (1)$$

式中: A ——面积, c ——椴木中水的浓度, D ——扩散系数, J ——水分在单位时间内, 通过单位面积的量。而在单位时间内通过平面 $A' B' C' D'$ 的水分的量为:

$$A(J)_{x-dx} = -AD\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right) + Ad\left[-D\left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)\right] \quad (2)$$

则在单位时间内, 积累在椴木小薄板中的水分为:

$$(1) - (2): A(J)_x - A(J)_{x-dx} = A \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) dx \quad (3)$$

将式 (3) 两边除以小木块的体积 $Adx = dV$, 则式 (3) 的左边为:

$$\frac{A(J)_x - A(J)_{x-dx}}{dV}$$

该式的物理意义为: 单位体积, 单位时间的水分的质量, 即椴木中水分浓度随时间的变化速率, 因此有:

$$\frac{A(J)_x - A(J)_{x-dx}}{dV} = \frac{\partial c}{\partial \tau} \quad (4)$$

式中: τ ——时间

而式 (3) 的右边为:

$$\frac{A \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) dx}{dV} = \frac{A \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) dx}{Adx} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad (5)$$

如果将 D 近似地看作常数, 则式 (5) 有:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (6)$$

由于式 (3) 除以 dV 后, 仍然相等, 所以有:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (7)$$

式 (7) 即是椴木中的水分浓度 c 随时间 τ 和位置 x 变化所遵循的数学模式, 也就是 Fick 第二定律。

三、曾侯乙墓墓坑椴木水分传质的物理模型

由图 1 可见, 木椁失水最快的应是东室与中室之间的隔墙板, 和中室与西室间隔墙板; 最慢的

应是沿围岩的椁墙板。因为前者有两个临空面，而后者只有一个。所以只有后者失水至稳定的时间，才代表整个木椁失火稳定的时间。为探讨的方便，我们选西室西墙板为代表，来研究木椁失火至稳定所持续的时间（图3）。

由图3可见，该椁墙板只有一面临空，其余各面均被围岩包裹，水分只由该临空面向外扩散，定义此扩散方向为X轴方向，其原点定在椁板的最内层，靠近围岩处。

那么该木椁板失水时，在 $x = 0$ 处，木椁的含水量不随位置而改变，因此有：

$$\left. \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \tag{8}$$

同时，在 $x = h$ 处，即临空界面上，木椁的含水量等同于大气中的水分含量，视为零，即有：

$$c|_{x=h} = 0 \tag{9}$$

另外，木椁开始失水时，其含水量为 c_0 ，即有：

$$c|_{\tau=0} = c_0 \tag{10}$$

由前述该椁墙板失水遵循式（7）的数学规律，再加上式（8）、（9）、（10）组成下述偏微分方程组：

$$\begin{cases} \frac{\partial c}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} c|_{x=h} = 0 \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} c|_{\tau=0} = c_0 \end{cases} \tag{10}$$

通过复杂的数学运算，得满足上方程组的通解^[4]：

$$c = \frac{4c_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cdot e^{-(\frac{2n-1}{2h}\pi)^2 D \tau} \cdot \cos \frac{2n-1}{2h} x \pi (A)$$

式（A）能满足木椁失火至稳定的所有条件。

根据木椁由饱水时开始，逐步失水至稳定的实际情况，取 $c_0 = 180\%$ ， $c = 15\%$ ， $D = 1.40 \times 10^{-5} \text{cm}^2/\text{s}$ ， $h = 60\text{cm}$ ， $x = 0$ ，代入式（A），且取 $n = 1$ ，解得 $\tau = 9.05$ 年。

此值就是曾侯乙墓墓坑木椁由原有含水量 180%，逐步降至 15% 稳定要持续的时间。

四、讨 论

（1）利用（A）式求解 τ 时，使用的扩散系数 D 之值，并非笔者实测，而是根据文献规定^[5]，利用它的资料外推而得的，其误差有待实践证实。

（2）将式（A）展开时，仅取了 $n = 1$ ，而忽略了 $n = 2, 3$ 之各项，这是为了求解析解的方便。为了计算的精度，最好取 $n = 1, 2$ ，当然这要用数值解，本文不予讨论。

（3）对于其他大型木构件的失水时限的估算，只要具体分析其边界条件和初始条件，利用本文的方法也是可以的。

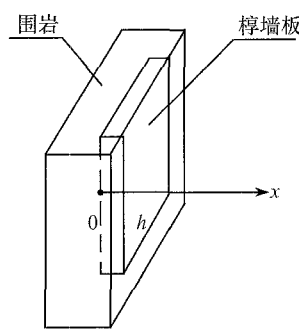


图3 西室西墙椁板赋存环境与失水路径示意图

参 考 文 献

- [1] 程昌炳, 詹碧燕. 古代坑木的失水变形特性及物理化学分析. 文物保护与考古科学, 1992, 4 (1): 1-5.
- [2] 程昌炳, 陈中行. 减少古木构件脱水收缩的理论基础及实验研究//中国文物保护技术协会第二届学术年会论文集. 西安, 2000: 315-318.
- [3] (美) J. B. 登斯. 化学中的数学方法. 王知群, 译. 许澍谦, 校. 北京: 科学出版社, 1982: 258-259.
- [4] A. M. 巴士涅尔, M. E. 波津. 化工数学. 邬行彦, 等, 译. 北京: 高等教育出版社, 1957: 331-334.
- [5] (美) 约翰. E. F. 肖. 木材传热传质过程. 肖亦化, 滕通濂, 郭焰明, 译. 何定华, 校. 北京: 中国林业出版社, 1989: 208.

作者单位: 周松峦、陈中行, 湖北省博物馆
程昌炳, 中国科学院武汉岩土力学研究所
联系方式: 湖北省武汉市东湖路156号, 邮编430077
湖北省武汉市武昌小洪山, 邮编430071